高三高考冲刺数学测试卷--参考答案

1. 【答案】A

【解析】由题意可知焦点在 x 轴上，$c^2=a^2+b^2=4, c=2$，所以选 A.

2.【答案】B

【解析】分析：$z=\dfrac{2}{1-i}+2+i=3+2i$，

∴复数 $z=\dfrac{2}{1-i}+2+i$ 的虚部是 2.

故选：B.

3.【答案】B

【解析】解：根据三视图，该几何体是，边长为 2 的正方体，在右前方切去一个边长为 1 的正方体，则：表面积没有变化.

故：$S=6\times2\times2=24$.

故选：B.

4.【答案】C

【解析】解：由三视图知，该几何体为圆锥，

设底面圆的半径为 r，母线的长为 l，

则 $2r+2l=8$，即 $r+l=4$；

∴圆锥的侧面积为 $S_{侧}=\pi rl\le\pi\left(\dfrac{r+l}{2}\right)^2=4\pi$ ，（当且仅当 $r=l$ 时“=”成立）；

∴圆锥的侧面积最大值为 4π .

故选：C.

5.【答案】D

【解析】解：∵已知 $\tan\left(\alpha+\dfrac{\pi}{6}\right)=1=\dfrac{\tan\alpha+\tan\dfrac{\pi}{6}}{1-\tan\alpha\tan\dfrac{\pi}{6}}$，即 $\tan\alpha=2-\sqrt{3}$，

则 $\tan\left(\alpha-\dfrac{\pi}{6}\right)=\sqrt{3}-2$，

故选：D.

6.【答案】D

【解析】解：解等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_3+a_5=a_4+7, a_{10}=19$，

整理得：$a_n=2n-1$，

则：数列设 $b_n=a_n\cos n\pi$，

$S_{2018}=(-1+3)+(-5+7)+\ldots+(-4033+4035)=2\times1009=2018$，

故选：D.

7.【答案】C

【解析】解：根据题意，设 $P(x,y)$，则 $\overrightarrow{PA}=(-x,-6-y),\overrightarrow{PB}=(4-x,-y)$，

则 $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}=(4-2x,-6-2y)$，

则 $|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}|^2=(4-2x)^2+(-6-2y)^2=4\left[(x-2)^2+(y+3)^2\right]$，即

$|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}|=\sqrt{(4-2x)^2+(-6-2y)^2}=2\sqrt{\left[(x-2)^2+(y+3)^2\right]}$，

设 $t=\sqrt{(x-2)^2+(y+3)^2}$，其几何意义为点 P 到点 $(2,-3)$ 的距离，设 $M(2,-3)$；

点 P 为圆 C：$(x-1)^2+(y-2)^2=4$ 上一点，且 $|MC|=\sqrt{26}$，t 的最大值为 $|MC|+r=\sqrt{26}+2$，

则 $|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}|$ 的最大值为 $2\sqrt{26}+4$；

故选：C.

8.【答案】A

【解析】解：F_1,F_2 分别是椭圆 C：$\frac{x^2}{m}+\frac{y^2}{4}=1$ 的上下两个焦点，可得 $2c=2\sqrt{4-m}$，短半轴的长：$\sqrt{m}$，

椭圆上存在四个不同点 P，使得 ΔPF_1F_2 的面积为 $\sqrt{3}$，可得 $\frac{1}{2}\times2\sqrt{4-m}\times\sqrt{m}>\sqrt{3}$，

可得 $m^2-4m+3<0$，解得 $m\in(1,3)$，

则椭圆 C 的离心率为：$e=\frac{\sqrt{4-m}}{2}\in\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

故选：A.

9.【答案】C

【解析】$f(x)=\sin x-\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$，值域为：$\left[-\sqrt{2},\sqrt{2}\right]$，

$g(x)=f'(x)=\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$，值域为：$\left[-\sqrt{2},\sqrt{2}\right]$，

两函数的值域相同，所以，A 错误；

B 选项，不存在 x_0，使得函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 都在 x_0 处取得极值点，B 错误；

C 选项，$f(x)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位：$h(x)=\sqrt{2}\sin\left[\left(x+\frac{\pi}{2}\right)-\frac{\pi}{4}\right]$ 与 $g(x)$ 相同，C 正确；

求出单调递增区间可知，$g\left(x\right)$在区间$\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$上不是增函数，D 错误。

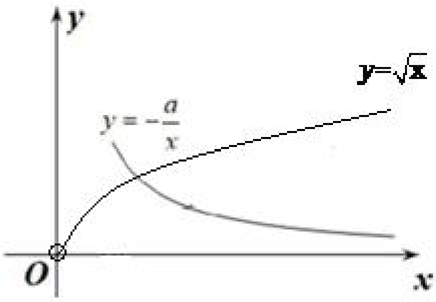
故选：C.

10. 【答案】C

【解析】

$f\left(x\right)=\sqrt{x}+\dfrac{a}{x}$=0，得：$\sqrt{x}$=$-\dfrac{a}{x}$，设函数$y=\sqrt{x},y=-\dfrac{a}{x}$，

当$a<0$时，如下图，函数$y=\sqrt{x},y=-\dfrac{a}{x}$有交点，所以，$f\left(x\right)$在区间$\left(0,+\infty\right)$上存在零点，充分性成立。



（2）当$f\left(x\right)$在区间$\left(0,+\infty\right)$上存在零点时，

如果$a=0$，函数$y=\sqrt{x},y=-\dfrac{a}{x}$=0在$\left(0,+\infty\right)$上无交点

如果$a>0$，函数$y=\sqrt{x}$在$\left(0,+\infty\right)$上图象在第一象限，$y=-\dfrac{a}{x}$的图象在第四象限，无交点

所以，还是$a<0$，必要性成立，

所以是充分必要条件，选 C.

11. 【答案】$\dfrac{3}{2}$

【解析】

【详解】∵函数$f\left(x\right)=\begin{cases}2^x,x<0\\a\sqrt{x},x\geq 0\end{cases}$，$\therefore f\left(-1\right)=2^{-1}=\dfrac{1}{2},f\left(1\right)=a,$

$\because f\left(-1\right)+f\left(1\right)=2$，$\dfrac{1}{2}+a=2$，

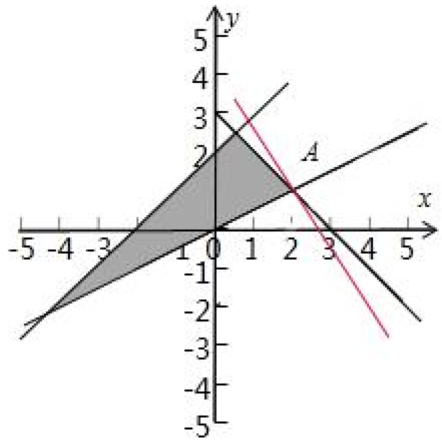
解得$a=\dfrac{3}{2}$.

故答案为：$\dfrac{3}{2}$.

12. 【答案】8

【解析】

作出 x，y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y-3\le 0 \\ x-y+2\ge 0 \\ x-2y\le 0 \end{cases}$ 对于的平面区域如图：



由 $z=3x+2y$，则 $y=-\frac{3}{2}x+\frac{z}{2}$

平移直线 $y=-\frac{3}{2}x+\frac{z}{2}$，由图象可知当直线 $y=-\frac{3}{2}x+\frac{z}{2}$，

经过点 A 时，直线 $y=-\frac{3}{2}x+\frac{z}{2}$ 的截距最大，此时 z 最大，

解得 $A(2,1)$，

此时 $z_{\max}=3\times 2+2\times 1=8$，

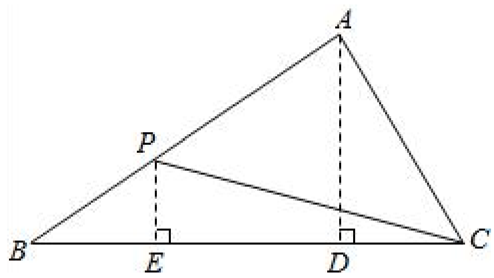
故答案为：8．

13. 【答案】$\frac{3}{4}$

【解析】

记事件 A=｛ΔPBC 的面积大于 $\frac{S}{4}$ 的概率｝，

基本事件空间是线段 AB 的长度，如图



因为 $S_{\Delta PBC}>\frac{S}{4}$，则有 $\frac{1}{2}BC\cdot PE\ge\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}BC\cdot AD$；

化简记得到：$\frac{PE}{AD}\ge\frac{1}{4}$，

因为 PE 平行 AD 则由三角形的相似性 $\frac{BP}{AB}\ge\frac{1}{4}$；

所以，事件 A 的几何度量为线段 AP 的长度，

因为 $AP=\frac{3}{4}AB$，

所以 $P(A)=\frac{AP}{AB}$．

故 ΔPBC 的面积大于 $\frac{S}{4}$ 的概率的概率为 $\frac{3}{4}$；

故答案为：$\frac{3}{4}$．

14. 【答案】6

【解析】解：由题意，可知：

$\because \sqrt{a_1a_2}=\sqrt{2}$，

$\therefore \left\{\sqrt{a_na_{n+1}}\right\}$是以$\sqrt{2}$为首项，以$\dfrac{1}{2}$为公比的等比数列.

$\because \sqrt{a_na_{n+1}}=\sqrt{2}\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}=\dfrac{\sqrt{2}}{2^{n-1}}$.

$\therefore \dfrac{1}{\sqrt{a_na_{n+1}}}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}\cdot 2^n$.

$$\begin{aligned}\because \frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\ldots+\frac{1}{a_{2n+1}}&=\frac{1}{a_1}+\left(\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}\right)+\ldots+\left(\frac{1}{a_{2n}}+\frac{1}{a_{2n+1}}\right)\\&\geq 1+2\sqrt{\frac{1}{a_2}\cdot\frac{1}{a_3}}+\ldots+2\sqrt{\frac{1}{a_{2n}}\cdot\frac{1}{a_{2n+1}}}\\&=1+2\left(\frac{1}{\sqrt{a_2a_3}}+\frac{1}{\sqrt{a_4a_5}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{a_{2n}a_{2n+1}}}\right)\\&=1+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{4\left(1-4^n\right)}{1-4}=1+\frac{2\sqrt{2}}{3}\cdot\left(4^n-1\right)\end{aligned}$$

$\because \dfrac{1}{a_1}+\dfrac{1}{a_2}+\ldots+\dfrac{1}{a_{2n+1}}>2019$． $\therefore 1+\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\cdot\left(4^n-1\right)>2019$

整理，得：$4^n>\dfrac{3027\sqrt{2}}{2}+1$．$\because 1<\sqrt{2}<2$，$\therefore 1514.5=\dfrac{3027\times 1}{2}+1<\dfrac{3027\times\sqrt{2}}{2}+1<\dfrac{3027\times 2}{2}+1=3028$

而$4^5=2^{10}=1024, 4^6=2^{12}=4096$．

经过比较，可得知：$n\geq 6$

故答案为：6.

15. 【答案】2

【解析】解：抛物线C：$x^2=2py\left(p>0\right)$的焦点为$F\left(0,\dfrac{p}{2}\right)$，

点$M\left(4,-\dfrac{p}{2}\right),N\left(-1,-\dfrac{p}{2}\right)$，

则射线MO的方程为$y=-\dfrac{p}{8}x$，

NO的方程为$y=\dfrac{p}{2}x$，

由$\begin{cases}x^2=2py\\ y=-\dfrac{p}{8}x\end{cases}$，解得点$A\left(-\dfrac{p^2}{4},\dfrac{p^3}{32}\right)$；

由$\begin{cases}x^2=2py\\ y=\dfrac{p}{2}x\end{cases}$，解得$B\left(p^2,\dfrac{p^3}{2}\right)$；

$\therefore \overrightarrow{AF}=\left(\dfrac{p^2}{4},\dfrac{16p-p^3}{32}\right)$，$\therefore \overrightarrow{BF}=\left(-p^2,\dfrac{p-p^3}{2}\right)$

又A，B，F三点共线，$\therefore \dfrac{p^2}{4}\cdot\dfrac{p-p^3}{2}+p^2\cdot\dfrac{16p-p^3}{32}=0$，

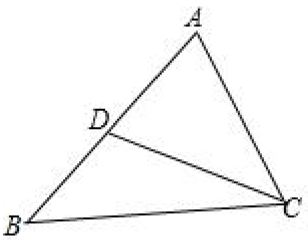
解得$p=\pm 2$，

p的值为2．

故答案为：2．

16. 【答案】$\dfrac{\sqrt{7}}{4}$或$\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

【解析】解：如图所示：



在$\triangle ADC$中，设$\angle ACD=\theta$，

则：$\angle CBD=\dfrac{\pi}{2}-\theta$，

利用余弦定理：$\cos\theta=\dfrac{3^2+CD^2-4}{2\cdot 3\cdot CD}=\dfrac{5+CD^2}{6CD}$．

在ΔBDC中，利用正弦定理：$\dfrac{CD}{\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)}=\dfrac{BD}{\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-A\right)}$，

故：$\dfrac{CD}{\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)}=\dfrac{BD}{\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-A\right)}$，

所以：$\dfrac{CD}{\dfrac{5+CD^2}{6CD}}=\dfrac{2}{\cos A}$，

解得：$\cos A=\dfrac{10+2CD^2}{6CD^2}$，

在△ACD 中，利用余弦定理：$\cos A=\dfrac{2^2+3^2-CD^2}{2\cdot 2\cdot 3}$，

所以：$\cos A=\dfrac{10+2CD^2}{6CD^2}=\dfrac{2^2+3^2-CD^2}{2\cdot 2\cdot 3}$，

整理得：$CD^4-9CD^2+20=0$

解得：$CD=2$或$\sqrt{5}$．

①当$CD=2$时，$\cos A=\dfrac{3}{4}$．

所以：$\sin A=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$

②$CD=\sqrt{5}$时，$\cos A=\dfrac{2}{3}$，

所以：$\sin A=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$．

故答案为：$\dfrac{\sqrt{7}}{4}$或$\dfrac{\sqrt{5}}{3}$．

17. 【答案】（1）数列$\{a_n\}$是等差数列，$\{b_n\}$是等比数列，设公差为 d，公比为 q.

由于：$a_1=1,b_1=2,a_2+b_2=7,a_3+b_3=13$．

则：$\begin{cases}a_1+d+b_1q=7\\a_1+2d+b_1q^2=13\end{cases}$，

解得：$q=2$，$d=2$.

故：$a_n=a_1+2(n-1)=2n-1$，$b_n=b_1q^{n-1}=2^n$．

（2）由于：$c_n=\begin{cases}a_n,n为奇数\\b_n,n为偶数\end{cases}$，

则：$c_n=\begin{cases}2n-1,n为奇数\\2^n,n为偶数\end{cases}$．

故：$S_{2n}=1+2^2+5+2^4+...+\left(4n-3\right)+4^n=\dfrac{n\left(1+4n-3\right)}{2}+\dfrac{2^2\left(1-2^{2n}\right)}{1-2^2}=2n^2-n+\dfrac{4^{n+1}-4}{3}$.

18. 【解析】(1) 在 ΔABC 中，$\because\ 2a\cos C+b\cos C+c\cos B=0$，

$\therefore$由正弦定理可得：$2\sin A\cos C+\sin B\cos C+\sin C\cos B=0$，

$\therefore 2\sin A\cos C+\sin\left(B+C\right)=0$，

又 ΔABC 中，$\sin\left(B+C\right)=\sin A\neq 0,\therefore \cos C=-\dfrac{1}{2}$，

$\because 0<C<\pi\ \therefore C=\dfrac{2\pi}{3}$，

(2) 由 $S=\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{\sqrt{3}}{2},a=2,C=\dfrac{2\pi}{3}$ 得$b=1.$，

由余弦定理得 $c^2=4+1-2\times2\times1\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)=7,\therefore c=\sqrt{7}$.

19. 【答案】(1) 设甲乙两组员工受训的平均时间分别为t_1、t_2，

则 $t_1=\dfrac{20\times5+25\times10+10\times15+5\times20}{60}=10$ 小时

$t_1=\dfrac{8\times4+16\times8+20\times12+16\times16}{60}\approx 10.9$

据此可估计用方式一与方式二培训，员工受训的平均时间分别为 10 小时和 *10.9* 小时，

因$10<10.9$，据此可判断培训方式一比方式二效率更高

(2) 从第三周培训后达标的员工中采用分层抽样的方法抽取 6 人，

则这 6 人中来自甲组的人数为：$\dfrac{6}{30}\times10=2$，

来自乙组的人数为：$\dfrac{6}{30}\times20=4$，

记来自甲组的 2 人为：a、b；来自乙组的 4 人为：c、d、e、f，

则从这 6 人中随机抽取 2 人的不同方法数有：

(a,b)，*(a,c)*，*(a,d)*，*(a,e)*，*(a,f)*，*(b,c)*，*(b,d)*，*(b,e)*，*(b,f)*，

(c,d)，*(c,e)*，*(c,f)*，*(d,e)*，*(d,f)*，*(e,f)*，共 15 种，---*(10 分)*

其中至少有 1 人来自甲组的有：*(a,b)*，*(a,c)*，*(a,d)*，*(a,e)*，*(a,f)*，*(b,c)*，*(b,d)*，*(b,e)*，*(b,f)*，共 9 种，

故这 2 人中至少有 1 人来自甲组的概率 $p=\dfrac{9}{15}=\dfrac{3}{5}$.

20. 【答案】(1) 证明：如题图 1，在 $Rt\Delta BAE$ 中，$AB=3,AE=\sqrt{3}$，所以 $\angle AEB=60^\circ$.

在 $Rt\Delta AED$ 中， $AD=2$，所以 $\angle DAE=30^{\circ}$.

所以 $BE\perp AD$.

如题图 2， $PF\perp AD$， $BF\perp AD$ 又因为 $AD//BC$，所以 $PF\perp BC, BF\perp BC, PF\cap BF=F$，

所以 $BC\perp$ 平面 BFP，又因为 $BC\subset$ 平面 BCP，所以平面 $BFP\perp$ 平面 BCP.

（2）因为平面 $ADP\perp$ 平面 $ABCD$，

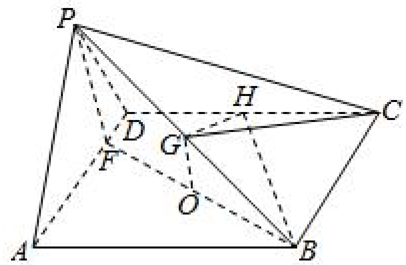
平面 $ADP\cap$ 平面 $ABCD=AD$， $PF\subset$ 平面ADP， $PF\perp AD$，所以 $PF\perp$ 平面 $ABCD$.

取 BF 的中点为 O，连结 GO，则 $GO//PF$，所以 $GO\perp$ 平面 $ABCD$.

即 GO 为三棱锥 $G-BCH$ 的高.

且 $GO=\frac{1}{2}PF=\frac{1}{2}PA\sin 30^{\circ}=\frac{\sqrt{3}}{4}$.

因为，三棱锥 $G-BCH$ 的体积为 $V_{\text{三棱锥}G-BCH}=\frac{1}{3}S_{\Delta BCH}\cdot GO=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}S_{\Delta BCH}\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{3}{16}$.



.

21. 【答案】（1）根据题意，函数 $f(x)=(x-1)e^{x}-\frac{t}{2}x^{2}$，则 $f'(x)=xe^{x}-tx=x(e^{x}-t)$.

假设函数 $f(x)$ 的图象与 x 轴相切于点 $(x_0,0)$，

则有 $\begin{cases}f(x_0)=0\\ f'(x_0)=0\end{cases}$.

显然 $x_0\neq 0$，将 $t=e^{x_0}>0$ 代入方程 $(x_0-1)e^{x_0}-\frac{t}{2}x_0^{2}=0$ 中，

得 $x_0^2-2x_0+2=0$ 显然此方程无解.

故无论 t 取何值，函数 $f(x)$ 的图象都不能与 x 轴相切.

（2）由于 $f'(x)=xe^{x}-tx=x(e^{x}-t)$，

当$t\le 0$时，$e^x-t>0$，当$x>0$时，$f'(x)>0$，$f(x)$递增，

当$x<0$时，$f'(x)<0$，$f(x)$递减；

当$t>0$时，由$f'(x)=0$得$x=0$或$x=\ln t$。

①当$0<t<1$时，$\ln t<0$，

当$x>0$时，$f'(x)>0$，$f(x)$递增，

当$\ln t<x<0$时，$f'(x)<0$，$f(x)$递减，

当$\ln t>x$，$f'(x)>0$，$f(x)$递增；

②当$t=1$时，$f'(x)>0$，$f(x)$递增；

③当$t>1$时，$\ln t>0$，

当$x>\ln t$时，$f'(x)>0$，$f(x)$递增，

当$0<x<\ln t$时，$f'(x)<0$，$f(x)$递减，

当$x<0$时，$f'(x)>0$，$f(x)$递增.

综上，当$t\le 0$时，$f(x)$在$(-\infty,0)$上是减函数，在$(0,+\infty)$上是增函数；

当$0<t<1$时，$f(x)$在$(-\infty,\ln t)$，$(0,+\infty)$上是增函数，在$(\ln t,0)$上是减函数；

当$t=1$时，$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上是增函数；

当$t>1$时，$f(x)$在$(-\infty,0),(\ln t,+\infty)$上是增函数，在$(0,\ln t)$上是减函数.