高二下学期数学测试卷--参考答案

1.【答案】A

【解析】

由抛物线 $x^2=y$ 可得：$2p=1,\therefore \frac{p}{2}=\frac{1}{4}$，

因此抛物线的准线方程是 $y=-\frac{1}{4}$.

故选：A.

2.【答案】C

【解析】解：原命题是全称命题，故其否定是特称命题，主要到要否定结论，故原命题的否定是“存在 $x\in R,x^2-1\le 0$”，故选：C.

3.【答案】D

【解析】解：由 $a_{n+1}=2a_n\left(n\in N^*\right)$ 可知数列为等比数列，且公比为 2，首项为 3，故 $S_5=\frac{3\times\left(1-2^5\right)}{1-2}=93$.

所以选 D.

4.【答案】A

【解析】解：根据中点坐标公式得 $P\left(\frac{2+4}{2},\frac{0+2}{2},\frac{1+3}{2}\right)$，即 $P(3,1,2)$，

故选：A.

5.【答案】D

【解析】解：设平面 α 的法向量为 $\vec{n}$，对于 D 选项，由于 $\vec{n}\cdot\overrightarrow{OA}=0,\vec{n}\cdot\overrightarrow{OB}=0$，故 D 选项符合题意.所以本题选 D。

6.【答案】C

【解析】解：令 $a=-2,b=-1$.所以 A、B 和 D 选项错误.对于 C 选项，$(-2)^2>(-1)^2$，C 选项正确.综上所述，本小题选 C.

7.【答案】C

【解析】双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$ 的一条渐近线方程是 $y=\sqrt{3}x$，可得 $\frac{b}{a}=\sqrt{3}$，

它的一个焦点坐标为（2,0），可得 $c=2$，即 $a^2+b^2=4$，

$\therefore$ 解得 $a=1,b=\sqrt{3}$，所求双曲线方程为：$x^2-\frac{y^2}{3}=1$.

故选：C.

8.【答案】B

【解析】解：当 $a_2=2,a_1=-1,q=-2$ 时，虽然有 $a_2>a_1$，但是数列 $\{a_n\}$ 不是递增数列，所以不充分；反之当数列 $\{a_n\}$ 是递增数列时，则必有 $a_2>a_1$，因此是必要条件，应选答案 B.

9.【答案】$(-1,0)$

【解析】解：抛物线方程中 p=2，∴抛物线焦点坐标为（-1，0）故填写 $(-1,0)$.

10. 【答案】7

【解析】解：依题意可知数列的通项公式为 $\frac{n-1}{2n}$，当 $n=7$ 时，$\frac{7-1}{2\times7}=\frac{3}{7}$.故 $\frac{3}{7}$ 是第 7 项.

11. 【答案】(1,2)

【解析】解：因为 $\frac{1}{x-1}>1$，∴ $\frac{1}{x-1}-1=\frac{-x+2}{x-1}>0,\therefore \frac{x-2}{x-1}<0,$ 所以 $x\in(1,2)$，故答案为（1,2）.

12. 【答案】（1）2，（2）a>4 即可

【解析】解：①当 $a=1$ 时，由基本不等式得 $x+\frac{1}{x}\geq 2\cdot\sqrt{x\cdot\frac{1}{x}}=2$，当且仅当 $x=\frac{1}{x},x=1$ 时等号成立，故最小值为 2. ②由基本不等式得 $x+\frac{a}{x}\geq 2\cdot\sqrt{x\cdot\frac{a}{x}}=2\sqrt{a}$，当且仅当 $x=\frac{a}{x},x=\sqrt{a}$ 时等号成立，故 $\sqrt{a}>2$，即 a>4. 填 a>4 的任意一个 a 都符合题意.

13. 【答案】（1）$\frac{x^2}{4}+y^2=1$　　（2）$\sqrt{3}-1$

【解析】解：注意到（-2,0）在椭圆上，故 a=2，根据椭圆的范围可知，横坐标为 3,4 的点不在椭圆上.设抛物线方程为 $y^2=2px$，（4，- 4）在抛物线上，即 $p=2$，即 $y^2=4x$，且 $\left(3,-2\sqrt{3}\right)$ 在抛物线的图像上，抛物线准线为 $x=-1$.设椭圆的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{b^2}=1$，将 $\left(1,\sqrt{3}\right)$ 代入，求得 $b=2$，不符合题意.将点 $\left(\sqrt{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 代入，求得 $b=1$，符合题意，故椭圆方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$.故左焦点为 $\left(-\sqrt{3},0\right)$.所以抛物线的准线和椭圆左焦点的距离为 $\sqrt{3}-1$.

14. 【解析】

解：（Ⅰ）因为 a_1,a_3,a_4 成等比数列，所以 $a_3^2=a_1a_4$

所以$\left(a_1+2d\right)^2=a_1\left(a_1+3d\right)$，

又$\{a_n\}$的公差为 2，

解得$a_1=-8$.

所以$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=2n-10$.

（II）$S_n=\dfrac{20}{2}\left(a_1+a_{20}\right)$ $=10\left(-16+19\times2\right)=220$.

所以，S_{20}的值为 220.

15. 【解析】（Ⅰ）当$a=1$时，$f\left(x\right)=x^2-2x$，所以$f\left(x\right)<0$，即$x^2-2x<0$

解得$0<x<2$.

所以$f\left(x\right)<0$的解集为（0,2）.

（II） 由$f\left(x\right)<3a^2$，得$\left(x-3a\right)\left(x+a\right)<0$ ，

当$a>0$时，解集为$\left(-a,3a\right)$；当 $a=0$ 时，解集为空集；当$a<0$时，解集为$\left(3a,-a\right)$.

（III）$f\left(x\right)>0$，即 $x^2-2ax>0$，所以 $x^2>2ax$.

因为对于任意的$x\in\left(2,+\infty\right)$，$f\left(x\right)>0$均成立.

所以对于任意的$x\in\left(2,+\infty\right)$，$a<\dfrac{x}{2}$均成立.

所以 $a\le1$.

即a的取值范围是$\left(-\infty,1\right]$.

16. 【答案】解：（Ⅰ）因为长轴是短轴的$\sqrt{2}$倍，所以$a=\sqrt{2}b$.

因为焦点F的坐标为（1,0），所以$c=1$.

结合$a^2=b^2+c^2$，得$a=\sqrt{2},b=1$.

所以椭圆方程为$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$.

（II）设$A\left(x_1,y_1\right),B\left(x_2,y_2\right)$.

由$\begin{cases}\dfrac{x^2}{2}+y^2=1\\ y=k\left(x+2\right)\end{cases}$得$\left(2k^2+1\right)x^2+8k^2x+8k^2-2=0$.

则$x_1+x_2=\dfrac{-8k^2}{2k^2+1},x_1x_2=\dfrac{8k^2-2}{2k^2+1}$.

因为线段A,B中点的横坐标为$-\dfrac{2}{3}$，

所以$\dfrac{x_1+x_2}{2}=\dfrac{-4k^2}{2k^2+1}=-\dfrac{2}{3}$.

解得$k^2=\dfrac{1}{4}$ ，即$k=\pm\dfrac{1}{2}$（符合题意）

所以直线l的方程为$y=\pm\dfrac{1}{2}\left(x+2\right)$，

因为|AB|=$\sqrt{\left(1+k^2\right)\left[\left(x_1+x_2\right)-4x_1x_2\right]}=\dfrac{2}{3}\sqrt{5}$.

点F到直线l的距离$d=\dfrac{|3k|}{\sqrt{1+k^2}}=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$.

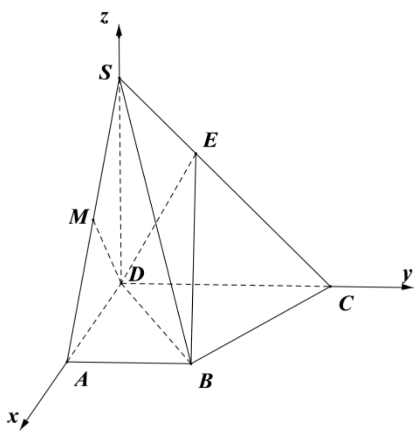
所以ΔFAB的面积$S_{\Delta AFB}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2\sqrt{5}}{3}\times\dfrac{3\sqrt{5}}{5}=1$.

即ΔFAB的面积等于 1.

17. 【解析】证明：（Ⅰ）因为$SD\perp$平面$ABCD$ $DA,DC\subset$平面$ABCD$.

所以$SD\perp DA,SD\perp DC,DA\perp DC$.

如图，以D为原点建立空间直角坐标系.



由题意得$D\left(0,0,0\right),A\left(2,0,0\right),B\left(2,1,0\right),C\left(0,2,0\right),S\left(0,0,2\right),M\left(1,0,1\right)$

所以 $\overrightarrow{DM}=(1,0,1),\overrightarrow{SA}=(2,0,-2),\overrightarrow{AB}=(0,1,0)$.

所以 $\overrightarrow{DM}\cdot\overrightarrow{SA}=0,\overrightarrow{DM}\cdot\overrightarrow{AB}=0$，

所以 $\overrightarrow{DM}\perp\overrightarrow{SA},\overrightarrow{DM}\perp\overrightarrow{AB}$，

所以 $DM\perp$平面 SAB.

（II）设平面 SBC 的法向量为 $\overrightarrow{n_1}=(x,y,z)$，

因为 $\overrightarrow{SC}=(0,2,-2),\overrightarrow{BC}=(-2,1,0)$.

所以 $\begin{cases}\overrightarrow{SC}\cdot\overrightarrow{n_1}=0\\ \overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{n_1}=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}2y-2z=0\\ -2x+y=0\end{cases}$，

令 $x=1$, 则 $y=2,z=2$.

于是 $\overrightarrow{n_1}=(1,2,2)$.

因为 $DM\perp$平面 SAB，所以 DM 为平面 SAB 的法向量，

又 $\overrightarrow{DM}=(1,0,1)$.

所以 $\cos<\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{DM}>=\dfrac{\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{DM}}{|\overrightarrow{n_1}|\cdot|\overrightarrow{DM}|}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

因为所求二面角为钝角，所以二面角 A-SB-C 大小为 135°.

（III）解：设 $\overrightarrow{SE}=\lambda\overrightarrow{SC}=(0,2\lambda,-2\lambda),(\lambda\in[0,1])$，

$\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{DS}+\overrightarrow{SE}=(0,2\lambda,2-2\lambda)$，

$\overrightarrow{DB}=(2,1,0),\overrightarrow{SA}=(2,0,-2)$.

设平面 BDE 的法向量 $\overrightarrow{n_2}=(x_0,y_0,z_0)$，

则 $\begin{cases}\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{n_2}=0\\ \overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{n_2}=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}2\lambda y_0+2(1-\lambda)z_0=0\\ 2x_0+y_0=0\end{cases}$，

令 $x_0=1,y_0=-2,z_0=\dfrac{2\lambda}{1-\lambda}$. 于是 $\overrightarrow{n_2}=\left(1,-2,\dfrac{2\lambda}{1-\lambda}\right)$，

如果直线 $SA//$平面 BDE，

那么$\overrightarrow{SA}\cdot\overrightarrow{n_2}=0$，解得$\lambda=\dfrac{1}{3}$.

所以，存在点E为线段SC靠近S点的三等分点，使得直线$SA//平面BDE$.