

高一下学期数学测试卷--参考答案

1. 【答案】C

【解析】

解: $\because U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, A = \{3, 4\}, B = \{2, 4, 5\},$

$\therefore \complement_U A = \{1, 2, 5, 6\},$

则 $(\complement_U A) \cap B = \{2, 5\},$

故选: C.

2. 【答案】A

【解析】

解: \because 角 θ 的终边经过点 $(4, -3)$, 则 $x=4, y=-3, r=5, \cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{4}{5},$

故选: A.

3. 【答案】C

【解析】

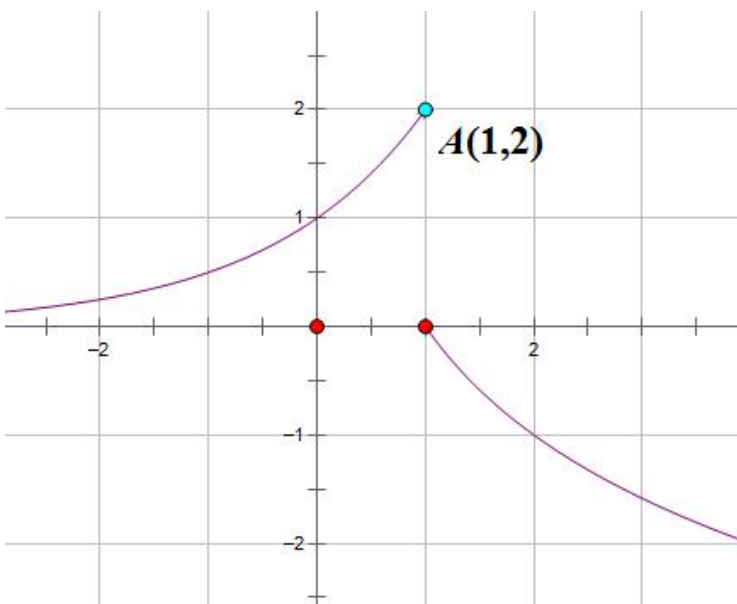
$$\cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{2}{1 \times 4} = \frac{1}{2},$$

$\therefore \vec{a}$ 与 \vec{b} 夹角为 $\frac{\pi}{3}$

故选 C.

4. 【答案】A

【解析】画出函数的图像如下图所示, 由图可知, 函数的值域为 $(-\infty, 2)$, 故选 A.



5. 【答案】A

【解析】

$$\because \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = -\frac{1}{2}, \text{ 且 } c = \sqrt{2}a,$$

$$\text{代入解得 } b = \frac{(\sqrt{5}-1)a}{2} \text{ 或 } b = \frac{(-\sqrt{5}-1)a}{2} \text{ (舍),}$$

$$\therefore b = \frac{(\sqrt{5}-1)a}{2} < a, \text{ 即 } a > b.$$

故选 A.

6. 【答案】B

【解析】

$$\because \text{在等差数列 } \{a_n\} \text{ 中, 公差 } d = \frac{a_8 - a_2}{6} = \frac{6 - (-6)}{6} = 2,$$

$$\therefore a_n = a_2 + d(n-2) = 2n - 10,$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = n^2 - 9n,$$

$$S_4 = 4^2 - 9 \times 4 = -20, \quad S_5 = 5^2 - 9 \times 5 = -20, \quad S_6 = 6^2 - 9 \times 6 = -18,$$

$$\therefore S_4 = S_5, \quad S_6 > S_5.$$

故选 B.

7. 【答案】D

【解析】

解: 根据题意, 函数 $f(x) = a^{|x|}$,

若 $f(2) = 4$, 则 $a^2 = 4$, 则 $a = 2$,

$$\text{则 } f(x) = 2^{|x|} = \begin{cases} 2^x, & x \geq 0 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^x, & x < 0 \end{cases}, \text{ 函数 } f(x) \text{ 为偶函数,}$$

且在 $(0, +\infty)$ 上为增函数, 在 $(-\infty, 0)$ 上为减函数;

依次分析选项:

对于 A, $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上为减函数, 则 $f(-1) < f(-2)$, A 错误;

对于 B, $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上为增函数, 则 $f(1) < f(2)$, B 错误;

对于 C, $f(x)$ 为偶函数, $f(2) = f(-2)$, C 错误;

对于 D, $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上为减函数, 则 $f(-3) > f(-2)$, D 正确.

故选: D.

8. 【答案】A

【解析】

\because 已知直线 l_1 的方程为 $3x + 4y - 7 = 0$, 直线 l_2 的方程为 $3x + 4y + 1 = 0$,

$$\text{则直线 } l_1 \text{ 和 } l_2 \text{ 的距离为 } d = \frac{|1 - (-7)|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{8}{5},$$

故选: A.

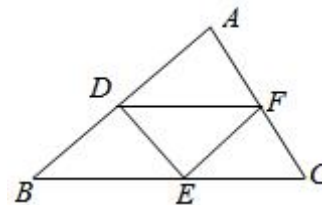
9. 【答案】 A

【解析】

解: 由三角形法则和 D 是 $\triangle ABC$ 的边 AB 的中点得,

$$\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BA},$$

$$\therefore \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = -\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BA}.$$



故选: A.

10. 【答案】 B

【解析】

如图, 延长 AC 到 E, 使 C 为 AE 中点, 延长 BC 到 D, 使 C 为 BD 中点, 连结 AD、BE、DE,

$$\because \triangle ABC \text{ 中, 点 D 满足 } \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB},$$

$$\therefore 2\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{ED},$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 中, 点 D 满足 } \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB},$$

则点 D 在 BC 的延长线上.

故选: B.

11. 【答案】 (-3, 2)

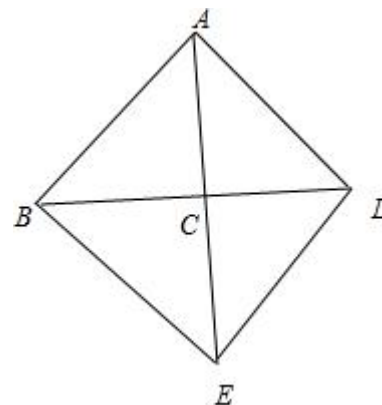
【解析】

解: A(4, -3), B(-2, 1),

$$\overrightarrow{AB} = (-6, 4)$$

$$\text{则 } \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} = (-3, 2)$$

故答案为: (-3, 2).



12. 【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【解析】 解: 直线 $l: x \cos \frac{\pi}{6} - y + 1 = 0$, 即为直线 $l: \frac{\sqrt{3}}{2}x - y + 1 = 0$,

故直线的斜率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$,

故答案为: $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 。

13. 【答案】 10

【解析】解: 由两点式的直线 BC 的方程为 $\frac{y-2}{6-2} = \frac{x-4}{-4-4}$, 即为 $x+2y-8=0$,

由点 A 到直线的距离公式得 BC 边上的高 $d = \frac{|1+2-8|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$,

BC 两点之间的距离为 $\sqrt{(6-2)^2 + (-4-4)^2} = 4\sqrt{5}$,

$\therefore \triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times 4\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 10$,

故答案为: 10.

14. 【答案】 3 (1, 2]

【解析】

解: 函数 $f(x) = \begin{cases} -x+6, & x \leq 2 \\ 3+\log_a x, & x > 2 \end{cases} (a > 0, a \neq 1)$. 若 $f(9)=5$, 则 $a=3$;

$\because 9 > 2$,

$\therefore f(9) = 3 + \log_a 9 = 5$,

可得 $a=3$;

当 $x \leq 2$ 时, $f(x) = -x+6$, 递减函数, 所以 $f(2)_{\max} = 4$.

要使 $f(x)$ 的值域是 $[4, +\infty)$,

那么 $x > 2$ 时, 则 $f(x) = 3 + \log_a x$ 的最小值大于等于 4, 即 $f(x)_{\min} \geq 4$, 且 $a > 1$.

即 $\log_a x \geq 1$,

$\therefore a \leq x$.

可得 $a \in (1, 2]$.

故答案为: 3; (1, 2]

15. 【答案】 (1) $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$ (2) $-\frac{17}{25}$

【解析】

(1) 因为 $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ 所以 $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$.

(2) 因为 $\sin 2\alpha + \cos 2\alpha = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} = \frac{2 \tan \alpha + 1 - \tan^2 \alpha}{\tan^2 \alpha + 1} = -\frac{17}{25}$.

16. (I) 因为 $f(x) = \sin 2x + 2\cos 2x - 1 = \sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2}\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$,

所以函数 $f(x)$ 的最小正周期 $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$.

(II) 函数 $y = \sin x$ 的单调递增区间为 $\left[-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right] (k \in Z)$.

由 $-\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq 2x + \frac{\pi}{4} \leq \frac{\pi}{2} + 2k\pi$

可得 $-\frac{3\pi}{8} + k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{8} + k\pi$.

所以函数 $f(x)$ 的单调递增区间为 $\left[-\frac{3\pi}{8} + k\pi, \frac{\pi}{8} + k\pi\right] (k \in Z)$.

(III) 因为 $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{6}$,

所以 $-\frac{\pi}{2} \leq 2x \leq \frac{\pi}{3}$.

所以 $-\frac{\pi}{4} \leq 2x + \frac{\pi}{4} \leq \frac{7\pi}{12}$.

所以 $-\frac{\sqrt{2}}{2} \leq \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1$.

所以 $-1 \leq \sqrt{2}\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \leq \sqrt{2}$,

所以当 $2x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4}$,

即 $x = -\frac{\pi}{4}$ 时, $f(x)_{\min} = -1$;

当 $2x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$,

即 $x = \frac{\pi}{8}$ 时, $f(x)_{\max} = \sqrt{2}$.

17. (I) 根据题意, 函数 $f(x) = ax^2 - (a+2)x + 1, (a \in R)$, 且 $f(-1) = f(3)$, 则函数 $f(x)$ 的对称

轴为 $x = \frac{-1+3}{2} = 1$,

即 $x = \frac{a+2}{2a} = 1$.

所以 $a = 2$;

所以 $f(x) = 2x^2 - 4x + 1$.

因为 $2 > 0$, 开口向上,

所以函数 $f(x)$ 有最小值, 最小值为 $f(1) = -1$;

(II) 函数 $g(x) = \frac{2x^2 - 4x + 1}{x} + 4 = 2x + \frac{1}{x}$, 其定义域为 $\{x | x \neq 0, x \in R\}$, 则函数 $g(x)$ 为奇函数.

证明如下: $g(x) = 2x + \frac{1}{x}$,

则 $g(-x) = -2x - \frac{1}{x} = -g(x)$,

所以 $g(x)$ 为奇函数.

18. (I) 如图, 以 A 为原点, AB 所在直线为 x 轴建立平面直角坐标系.

则 $P(r\cos\theta, r\sin\theta)$.

$\therefore |CQ| = 1 - r\sin\theta, |CR| = 1 - r\cos\theta$.

\therefore 停车场 $PQCR$ 的面积 $f(\theta) = (1 - r\sin\theta)(1 - r\cos\theta) = 1 - r(\sin\theta + \cos\theta) + r^2\sin\theta\cos\theta$ ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$);

(II) 设 $t = \sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$,

$\therefore \theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right], \therefore t \in [1, \sqrt{2}]$.

$\therefore f(\theta) = h(t) = 1 - rt + r^2 \times \frac{t^2 - 1}{2} = \frac{1}{2}r^2t^2 - rt + 1 - \frac{r^2}{2}$.

对称轴 $t = -\frac{-r}{2 \times \frac{1}{2}r^2} = \frac{1}{r}$,

$\therefore 0 < r \leq 1, \therefore \frac{1}{r} \geq 1$.

\therefore 当 $1 \leq \frac{1}{r} \leq \frac{1 + \sqrt{2}}{2}$, 即 $2\sqrt{2} - 2 \leq r \leq 1$ 时,

$f(\theta)$ 的最大值为 $h(\sqrt{2}) = \frac{1}{2}r^2 - \sqrt{2}r + 1$;

当 $\frac{1}{r} > \frac{1 + \sqrt{2}}{2}$, 即 $0 < r < 2\sqrt{2} - 2$ 时, $f(\theta)$ 的最大值为 $h(1) = 1 - r$.

$\therefore g(r) = \begin{cases} \frac{1}{2}r^2 - \sqrt{2}r + 1, & 2\sqrt{2} \leq r \leq 1 \\ 1 - r, & 0 < r < 2\sqrt{2} - 2 \end{cases}$.

